Уфа : УГАТУ, 2011 Вестник УГАТУ Т. 15, № 2 (42). С. 191–195

УДК 658

Е. В. Бабкова, С. С. Шерстюк

УПРАВЛЕНИЕ КАЛЕНДАРНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ РЕСУРСОВ С УЧЕТОМ ФРОНТА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ

В статье рассматривается задача календарного распределения ресурсов с учетом фронта выполнения работ в отрасли или сфере деятельности. *Фронт работ*; *ресурс*; *распределение ресурсов*; *календарная задача*; *задача линейного программирования*

ВВЕДЕНИЕ

Процессы управления сложными объектами во всех сферах деятельности человека связаны, во-первых, с использованием ресурсов и, во-вторых, протекают во времени. Учет в одной задаче исследования этих двух элементов приводит к появлению понятия «фронт работ».

Существует определение понятия «фронт работ» в широком смысле слова – это пространство на строящемся объекте, занимаемое бригадой вместе с механизмами, приспособлениями и материалами, необходимыми для обеспечения наивысшей производительности труда при выполнении строительных работ [2]. Изначально это понятие связывалось только со строительной отраслью, поскольку здесь требовалось специальное оснащение и подготовка рабочего места к выполнению работ. В настоящее время во многих сферах деятельности, так или иначе, используется понятие «фронт работ», например [2]:

- по отраслям деятельности (полевой, аграрный, машиностроения, строительства, дорожный и прочие);
- в различных сферах деятельности – подразумевается объем работ, который необходимо выполнить в физическом выражении (количество единиц работы, квадратные метры покрытия и прочие);
- в организационной и управленческой деятельности (фронт управления, фронт работ министрам, фронт контроля и прочие).

В дальнейших исследованиях будет применяться более узкое понимание фронта работ, а именно, это будет множество работ, которые могут быть начаты в какой-то период времени с учетом работ, начатых ранее, но еще не законченных к настоящему моменту (предполагается, что работы не могут быть прерваны).

Рассмотрим задачу календарного распределения однородного ресурса с учетом фронта выполнения работ [1, 2, 4, 7, 8, 9].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Пусть при выполнении какого-то вида работ используется r ресурсов. Пусть $B_r(t)$ – наличие ресурса r-го вида в момент времени t.

На каждой работе (i, j) используется k-й ресурс с интенсивностью ρ_{ij}^k и длительностью эксплуатации ресурса $\bar{t}_{ij}$.

Имеется m видов работ $Z_1, Z_2,\dots,Z_m$, которые необходимо выполнить не позднее календарных сроков $t_1^B, t_2^B, \dots, t_m^B$. Для каждой работы известно подмножество $\{r_j^i\}$ ресурсов, с помощью которых эта работа выполняется.

В задаче используются следующие допущения:

а) если на всех работах используется один и тот же ресурс, то $r = 1$;

б) длительность работ измеряется в тех же календарных единицах, что и потребность в ресурсах (дни, часы);

в) определим фронт работ $\Phi(t)$ в каждый промежуток времени $t = \bar{t} = \overline{1,T^0}$, где T^0 – срок выполнения всего комплекса работ.

$\Phi(t) = \Phi_1 \cup \Phi_2$, где Φ_1 – множество работ, которые могут быть начаты в период t;

Φ_2 – ранее начатые, но еще не законченные работы (предполагается, что работы не могут быть прерваны).

Необходимо определить:

- список работ на выполнение на каждую текущую дату t на отрезке $[t_1, t_2]$;

Контактная информация: (347)273-79-67

Данное исследование осуществлялось при частичной поддержке РФФИ (проект 08-07-00495-а).

- календарный график выполнения работ, эффективный по заданному критерию оптимальности.

Под календарным графиком понимается список работ с указанием календарной даты начала выполнения работы (день, смена, час) и указанием порядкового номера используемого ресурса (группы ресурса), объема ресурса, номера взаимозаменяемого ресурса, фронта работы.

Введем следующие обозначения:

i – номер работы, $i = 1, 2,\ldots,m$;

j – вид ресурса, $j = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{m}$;

v – код группы взаимозаменяемых ресурсов, $v = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{V}$;

k – текущий номер ресурса, $k = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{m}$;

R_j – интенсивность применения ресурса r_j, $j = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{m}$;

$\overset{=}{t}_{j\,v\,q}$ – время выполнения работы по ресурсу r_j, $j = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{m}$, нормированное в минутах, $v = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{V}$; $q = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{Q_v}$;

$\overset{\equiv}{t}$ – нормированная календарная дата окончания всех работ;

$x_{j\,v\,q}$ – нормированная календарная дата начала выполнения работы с использованием ресурса r_j, $j = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{m}$.

$y_{k\,j\,v\,q}$ – целочисленные коэффициенты квадратных матриц переменных, $j = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{m}$; $k = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{m}$; $q = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{Q_v}$.

Сформулируем модель календарной задачи, используя идею, изложенную в [1, 6].

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАЛЕНДАРНОЙ ЗАДАЧИ

Модель. При условии целочисленности переменных $y_{k\,j\,v\,q}$, $\overset{=}{t}_{j\,v\,q}$, $x_{j\,v\,q}$, найти $y_{k\,j\,v\,q}$ и $x_{j\,v\,q}$, удовлетворяющие условиям:

1) $$y_{jjvq} = \begin{cases} 0, & \text{ресурс не применяется,} \\ 1, & \text{ресурс применяется.} \end{cases}$$

2) $$y_{jjvq} = \begin{cases} 1, & \text{ресурс } k \text{ применяется после ресурса } j, \\ 0, & \text{ресурс используется в разных работах,} \\ -1, & \text{ресурс } k \text{ применяется раньше ресурса } j. \end{cases}$$

3) $x_{jvq} > 0,\ j = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{m}$, $q = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{Q_v}$, $v = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{V}$.

4) $t_{jvq} > 0,\ j = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{m}$, $q = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{Q_v}$, $v = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{V}$.

5) Работы не могут выполняться одновременно

$$y_{k\,j\,v\,q} + y_{j\,k\,v\,q} = 0,\ (\forall\ j, k, v, q).$$

6) Ресурс применяется только в одной работе

$$\sum_{v=1}^{V}\sum_{q=1}^{Q_v} y_{j\,j\,v\,q} = 1,\ j = 1,\ 2,\ \ldots\ ,\overline{m}. \tag{1}$$

7) Применение ресурса по этой работе должно закончиться не позднее планового периода

$$x_{j\,v\,q} + \bar{t}_{j\,v\,q}\cdot R_j \le \overset{\equiv}{t}. \tag{2}$$

8) Из двух видов ресурсов используется один из них только тогда, когда закончится работа с использованием ресурса, поступившего первым

$$\begin{aligned} &x_{j\,v\,q} \ge x_{k\,v\,q} + \overset{=}{t}_{k\,v\,q}\cdot R_k, \text{ при} \\ &x_{k\,v\,q} \ge x_{j\,v\,q} + \overset{=}{t}_{j\,v\,q}\cdot R_j. \end{aligned} \tag{3}$$

9) Целевые функции модели:

$$F_1 = \min t_{jvQ_v},\ F_1 = \min\left(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}\right).$$

Критерий F_1 означает минимизацию общего времени обработки для каждого комплекса работ. Критерий F_2 означает минимизацию суммарного времени окончания обработки над каждой операцией для каждого комплекса работ.

Поставленная задача является целочисленной. Алгоритмом решения поставленной задачи является метод ветвей и границ [3, 5].

3. УПРАВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ РЕСУРСОВ С УЧЕТОМ ФРОНТА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ

Схема поддержки принятия решений с учетом фронта работ приведена на рисунке, где μ_0 – вектор исходных данных по всем видам работ (фронт работ) и используемым ресурсам;

μ_Σ – вектор решения календарной задачи распределения ресурсов по видам работ;

μ – вектор, характеризующий результирующий календарный график использования ресурсов по всему фронту работ.

За счет формирования вектора отклонений от фронта работ и выделения специальной процедуры анализа возможности выполнения фронта работ в заданное время T, получаем окончательное исследование календарной задачи.

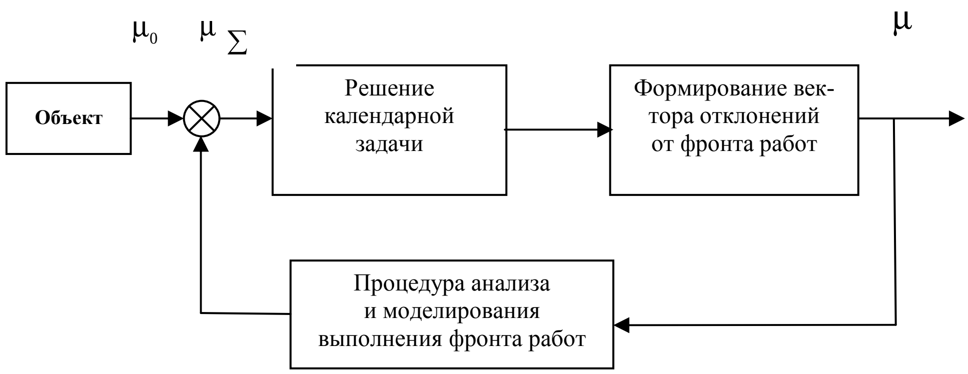

Схема управления распределением ресурсов с учетом фронта работ

4. АЛГОРИТМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ

Рассматриваемый алгоритм распределения ресурсов может применяться как для накапливаемых ресурсов: сырья, материалов и аналогичных складируемых элементов производства, так и для ненакапливаемых ресурсов: машины, оборудование, электроэнергия, знания людей. Эти ресурсы, как правило, имеются в ограниченном количестве и не складируются.

Отметим, что во всем алгоритме характеристики ресурсов и время эксплуатации ресурсов соизмеряются с длительностью выполнения как отдельных работ, так и фронтов работ в целом.

Рассмотрим основные этапы алгоритма управления распределением ресурсов с учетом фронта работ.

Этап 1. Определение фронта работ для t = = 1 в предположении, что имеется одна начальная исходная работа и начальное время выполнения работ (использования ресурсов) $T_1 = 0$. $\Phi(t = 1) = \Phi(1) = \Phi_1 = \{(1, j) \in U(1)\}$.

Этап 2. Решение целочисленной календарной задачи для $t = 1$ (в дальнейшем $t = T_{\text{тек}}$).

Этап 3. Определение потребности в ресурсах на первый период:

$$b_1 = \sum_{j \in U(1)} \rho_{1j}, \tag{4}$$

где b_1 – потребность в ресурсе на первый период;

ρ_{1j} – интенсивность использования ресурса на работе $(1, j)$ (в дальнейшем на работе $(t_{\text{тек}}, j)$).

Этап 4. Определение потребности в ресурсе b_t на последующие периоды $t > 1$ для выполнения ранее начатых работ из $\Phi(1)$, т. е. для каждой работы $(1, j)$, у которой $t_{1j} > 1$, изменяются параметры b_t, $t = 2,\ldots, t_{1j}$:

$$b_t = b_{t-1} + \beta_{1j}, \tag{5}$$

где b_t – величина ресурса в момент t.

Отметим, что t находится на искусственной шкале времени, соответствующей ресурсу;

b_{t-1} – величина ресурса в предыдущий момент времени $(t - 1)$;

β_{1j} – объем использования ресурса для работ $(1, j)$.

После пересмотра всех работ из $\Phi(1)$ переходим к общему шагу алгоритма.

Этап 5. Выполнение общего шага алгоритма. Определяем фронт работ $\Phi(k)$ и потребность в ресурсе R_k на период k:

$$R_k = b_k + \sum_{(i,j)\in\varphi} \beta_{ij}, \tag{6}$$

где φ – фронт работ, которые могут быть начаты в момент k;

b_k – потребность в одном ресурсе в момент времени k.

Алгоритм заканчивается при просмотре конечной работы фронта работ.

Если необходимо в алгоритме выполнять моделирование, то в качестве очередного опыта моделирования будет производиться случайный розыгрыш очередной работы на выполнение из фронта работ, а также очередной объем требуемого ресурса. После проведения N испытаний можно определить математическое ожидание $E(R_t)$ потребности в ресурсе по календарным периодам:

$$E(R_t) = \frac{\sum_{n=1}^{N} R_t^n}{N}, \quad t = 1, 2, \ldots, T_0, \tag{7}$$

где N – число проведенных статистических испытаний;

R_t^n – потребность в ресурсе одного вида в момент t в испытании с номером n;

T_0 – момент времени окончания периода моделирования.

Отметим, что для случая (10) для всех работ из Φ_1, для которых $t_{ij} > 1$, пересчитывается b_{k+p} по формуле

$$b_{k+p} = b_{(k+p)-1} + \beta_{ij}, \quad p = 1,2, \ldots, t_{ij} - 1, \qquad (8)$$

где b_{k+p} – потребность в ресурсе в момент времени $(k + p)$;

$b_{(k+p)-1}$ – потребность в ресурсе в момент времени $(k + p) - 1$.

x_i – значение случайной величины в i-м опыте.

Во многих случаях распределяемые ресурсы являются взаимозаменяемыми. В этом случае возникает необходимость в решении распределительной задачи для неоднородного продукта. При этом в классические ограничения должны быть добавлены следующие условия:

а) ограничения на минимальные и предельные потребности для каждого отдельного ресурса (однородного взаимозаменяемого или неоднородного);

б) взаимозаменяемость должна быть охарактеризована коэффициентом, указывающим, сколько единиц одного ресурса эквивалентно единице другого. Понятие эквивалентности для различных ресурсов может определяться по-разному, например, при распределении человеческого ресурса за сравнительный показатель эквивалентности можно брать производительность труда каждого индивидуума, а при распределении взаимозаменяемых материалов – удельные нормы расхода на единицу продукции и т. д.

Приведенная постановка и модель задачи позволяют довольно просто учесть эти две перечисленные особенности. Например, введем целочисленные переменные z_{qs}, где

$$z_{qs} = \begin{cases} 0, \ q\text{-й ресурс не заменяется на } s\text{-й ресурс;} \\ 1, \ q\text{-й ресурс заменяется на } s\text{-й ресурс.} \end{cases}$$

Тогда ограничения по наличию ресурсов с учетом взаимозаменяемости запишутся в следующем виде

$$\sum_{j=1}^{n} \left(t_{j\upsilon q} \cdot d_{j\upsilon q} \right) + \sum_{s=1}^{S_\upsilon} z_{qs} \cdot t_{j\upsilon s} \cdot d_{j\upsilon s} \le B_\upsilon, \qquad (10)$$

где d_{ijv} – интенсивность использования v-го ресурса при выполнении j-й работы из i-го фронта работ;

B_v – объем v-го ресурса, имеющегося в наличии.

Если известны коэффициенты эквивалентной замены ресурсов μ_{jvqs} замены q-го ресурса на s-й ресурс внутри v-й группы ресурсов, то необходимо добавить их в ограничение (10).

5. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Вычислительный эксперимент проводился в двух направлениях:

- экспериментальное определение зон оптимума для заданных параметров задачи;
- определение аналитических зависимостей времени получения календарных графиков в зависимости от размерности задачи (число работ – m, число взаимозаменяемых работ – n, максимальное число технологических операций для заданных работ – q, количество используемых ресурсов – r, число взаимозаменяемых ресурсов – p).

Для исследования алгоритма формировались

- тестовые наборы работ и ресурсов по классам
- размерности задач (см. табл. 1).

Таблица 1

Номер тестового набора	m, n, q	r, p
1	$m \le 15$ $n \le 6$ $q \le 10$	$r \le 10$ $p \le 3$
2	$15 < m \le 50$ $6 < n \le 10$ $10 < q \le 20$	$r \le 20$ $p \le 10$
3	$50 < m \le 80$ $10 < n \le 15$ $10 < q \le 20$	$r \le 40$ $p \le 20$
4	$80 < m \le 110$ $15 < n \le 20$ $10 < q \le 20$	$40 < r \le 60$ $20 < p \le 25$
5	$110 < m \le 130$ $20 < n \le 30$ $10 < q \le 20$	$60 < r \le 80$ $25 < p \le 30$

Сравнение проводилось с алгоритмом Джонсона. Этот алгоритм выполняет полный перебор работ. В табл. 2 приведены результаты вычислительного эксперимента для ЭВМ не менее Pentium 4, язык СИ++, ОС: Windows 2000/XP, Vista.

Таблица 2

Номер тестового набора	Время реализации алгоритмов t (мин.)	
	Алгоритм Джонсона	Эвристический алгоритм
1	$t \le 3$	$t \le 10$
2	$t \le 8$	$t \le 12$
3	$t \le 15$	$t \le 13$
4	$t \le 42$	$t \le 21$
5	$t \le 66$	$t \le 32$

Отметим следующие особенности тестирования задач:

1) Выбор критерия задачи практически не влияет на время реализации алгоритмов, что объясняется примерно одинаковым объемом дополнительной информации по критериям F_1 и F_2. Однако применение критериев с отклонениями от сроков выполнения работ резко увеличивает время реализации двух алгоритмов.

2) Для значений $m \leq 15$ и $n \leq 15$ значения величин n, q, p практически не влияют на время реализации эвристического алгоритма. Это связано с тем, что число переборов определяется глубиной просмотра конкурирующих вариантов закрепления ресурсов за работами (не более трех), а в алгоритме Джонсона выполняется полный перебор. В этом случае достаточно построить аналитические зависимости $t = f(m, r)$ для каждого набора данных.

3) Для значений $m \geq 15$ и $n \geq 15$ рекомендуется исследовать зависимости

$$t = F(m, n, q, r, p)$$

для каждого набора данных в календарной задаче с помощью методов регрессии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение отметим возможности рассмотренной задачи с позиций учета некоторых особенностей реальных календарных задач распределения ресурсов.

На практике централизованное поступление ресурса в систему осуществляется периодически (например, один раз в квартал), равными объемами. Пусть стратегия поступления ресурса на отрезке $[T^0, T]$ изменилась: происходит уменьшение или увеличение объема A_{kp}. В момент времени $t \in (T^0, T)$ возникает задача перераспределения ресурса между фронтами работ, в этом случае необходимо решать новую календарную задачу целочисленного математического программирования по распределению ресурсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бабкова Е. В., Шерстюк С. С.** Модель календарного распределения ресурсов // Принятие решений в условиях неопределенности: Межвуз. науч. сб. / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. Уфа, 2009. Вып. 5. С. 249–253.

2. **Бабкова Е. В., Шерстюк С. С.** Управление многоцелевым календарным распределением ресурсов с учетом фронта выполнения работ // Принятие решений в условиях неопределенности: Межвуз. науч. сб. / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. Уфа, 2009. Вып. 6. С. 317–326.

3. **Вагнер Г.** Основы исследования операций. Т. 2. М.: Мир, 1973. 488 с.

4. **Радионов В. В.** Определение параметров сложного проекта при ограниченных ресурсах // Моделирование производственных процессов. Новосибирск: ИЭ и ОПП, 1977. С. 143–145.

5. **Шерстюк С. С.** Методы решения задач целочисленного программирования // Принятие решений в условиях неопределенности: Межвуз. науч. сб. / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. Уфа, 2009. Вып. 6. С. 290–300.

6. **Babcova E. V.** Model of changeable cutting equipment loading / Decision Making in the Condition of Uncertainty (Cutting-Packing Problems). Ufa, 1997. P. 359–366.

7. Агропортал, сельское хозяйство в России и за рубежом [Электронный ресурс] (www.agro.ru/news.aspx).

8. Дни.ру. Интернет-газета [Электронный ресурс] (www.dni.ru/polit.2008.12/html).

9. Поиск работы и подбор персонала. [Электронный ресурс] (http://msk.rabotka.ru/resume/full/155133).

ОБ АВТОРАХ

Бабкова Елена Васильевна, доц. каф. вычислительной математики и кибернетики УГАТУ. Дипл. инженер-экономист по АСУ (УАИ, 1972). Канд. техн. наук (УГАТУ, 1990). Иссл. в обл. управления и моделирования в сложных орг.-техн. системах.

Шерстюк Сергей Сергеевич, асп. той же каф. Дипл. экономист-математика (УГАТУ, 2007).