

**MOLECULAR DYNAMICS STUDY OF DISLOCATION FORMATION
PROCESSES AND DISORIENTATION REGIONS IN A CRYSTAL
UNDER THE INFLUENCE OF A LASER PULSE**

Artem Vladimirovich Markidonov^{1, 2a}, *Mikhail Dmitrievich Starostenkov*³,
*Anastasia Nikolaevna Gostevskaya*², *Dmitry Anatolyevich Lubyanyoy*⁴,
*Pavel Vasilyevich Zakharov*⁵

¹ Kuzbass Humanitarian Pedagogical Institute, Kemerovo State University, 23 Tsiolkovsky st., 654041, Novokuznetsk, Russia

² Siberian State Industrial University, 42 Kirov st., 654006, Novokuznetsk, Russia

³ Altai State Technical University named after I.I. Polzunova, 46 Lenin pr., 656038, Barnaul, Russia

⁴ Branch of the Kuzbass State Technical University named after T.F. Gorbachev in Prokopyevsk, 19A Nogradskaya st., 653039, Prokopyevsk, Russia

⁵ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 29 Politekhnikeskaya st., 195251, St. Petersburg, Russia

^a markidonov_artem@mail.ru

ABSTRACT

It is known that the impact of laser pulses on the metal surface is accompanied by such processes as local heating, melting and even evaporation of the metal, which leads to various structural changes in the surface. In particular, an extended dislocation layer can be observed under the irradiated surface. Obviously, in connection with the widespread use of lasers as a tool for processing materials, the study of the processes accompanying its impact is an urgent task, which, however, cannot always be solved exclusively experimentally, and in this case additional research methods are required. In the presented work, the molecular dynamics method is used to study the structural changes occurring in an iron single crystal subjected to relative deformation of varying magnitudes under the simulated impact of a laser pulse. When constructing the model, it is assumed that such an impact is accompanied only by heating the irradiated material to sufficiently high temperatures. During the simulation, an interphase boundary arose in the computational cell, which is a source of mechanical stresses. Its peculiarity is the presence of surface curvature, leading to uneven distribution of stresses. It is shown that as a result of subsequent structural relaxation, dislocations are formed in the crystal, which are a response to external action, and as the deformation value increases, areas of misorientation are formed. In this case, large deformations are not required for misorientation, but the presence of a liquid phase, as well as excess free volume, is necessary. It is suggested that the occurrence of dislocations and areas of misorientation is also facilitated by tangential stresses created by the interphase boundary.

KEYWORDS

Model; crystal; surface; dislocation; deformation; misorientation.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССОВ ОБРАЗОВАНИЯ ДИСЛОКАЦИЙ И ОБЛАСТЕЙ РАЗОРИЕНТАЦИИ В КРИСТАЛЛЕ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

*Артем Владимирович Маркидонов^{1, 2а}, Михаил Дмитриевич Старостенков³,
Анастасия Николаевна Гостевская², Дмитрий Анатольевич Лубяной⁴,
Павел Васильевич Захаров⁵*

¹ Кузбасский гуманитарно-педагогический институт Кемеровского государственного университета, ул. Циолковского, 23, 654041, Новокузнецк, Россия

² Сибирский государственный индустриальный университет, ул. Кирова, 42, 654006, Новокузнецк, Россия

³ Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, просп. Ленина, 46, 656038, Барнаул, Россия

⁴ Филиал Кузбасского государственного технического университета им. Т.Ф. Горбачева в г. Прокопьевске, ул. Ноградская, 19А, 653039, Прокопьевск, Россия

⁵ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ул. Политехническая, 29, 195251, Санкт-Петербург, Россия

^а markidonov_artem@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Известно, что воздействие лазерных импульсов на поверхность металла сопровождается такими процессами, как локальный нагрев, плавление и даже испарение металла, что приводит к различным структурным изменениям поверхности. В частности, под облученной поверхностью может наблюдаться протяженный дислокационный слой. Очевидно, что в связи с широким применением лазера в качестве инструмента обработки материалов исследование процессов, сопутствующих его воздействию, является актуальной задачей, которую, впрочем, не всегда удается решить исключительно экспериментальным путем, и в данном случае требуется применение дополнительных методов исследования. В представленной работе методом молекулярной динамики изучаются структурные изменения, происходящие в монокристалле железа, подвергнутому относительной деформации различной величины, при моделируемом воздействии лазерного импульса. При построении модели предполагается, что подобное воздействие сопровождается лишь разогревом облученного материала до достаточно высоких температур. В ходе моделирования в расчетной ячейке возникала межфазная граница, которая является источником механических напряжений. Ее особенностью является наличие кривизны поверхности, приводящей к неравномерности распределения напряжений. Показано, что в результате последующей структурной релаксации в кристалле образуются дислокации, являющиеся откликом на внешнее воздействие, а по мере роста величины деформации формируются области разориентации. При этом для разориентации в данном случае не требуются большие деформации, а необходимо наличие жидкой фазы, а также избыточный свободный объем. Высказывается предположение, что возникновению дислокаций и областей разориентации также способствуют касательные напряжения, создаваемые межфазной границей.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Модель; кристалл; поверхность; дислокация; деформация; разориентация.

Введение

На сегодняшний день лазерное излучение применяется во многих технологиях обработки и модификации поверхности материалов благодаря возможности локализации воздействия и высокой скорости нагрева участка мишени. При импульсной лазерной обработке, когда длительность воздействия на поверхность обрабатываемого материала не превышает несколько миллисекунд, но при этом локальная температура достигает огромных значений, в материале возникают зоны температурных градиентов. Из-за чего воздействие лазерного излучения на твердое тело инициирует протекание различных физико-химических процессов, приводящих к формированию уникальных микроструктур. В зависимости от свойств облучаемых материалов и параметров лазера могут возникать, в частности, локальные деформации [1, 2], перекристаллизации, сопровождающиеся ротационным поворотом субзерен [3], а также микроискажения кристаллической решетки [4], что особенно заметно для материалов, не содержащих примеси [5]. Деформации и искажения решетки возникают из-за неравновесного нагрева и последующего анизотропного теплового расширения, что может способствовать понижению симметрии кристалла. Но обнаружение искажений кристалла экспериментальным путем, к примеру с помощью рентгеноструктурного анализа, является сложной задачей, так как прочие структурные дефекты, образующиеся при лазерном воздействии, вносят заметный вклад в рентгенограмму. Поэтому в качестве альтернативного метода изучения изменений, происходящих в структуре кристалла при облучении, может быть рассмотрено компьютерное моделирование [6–8]. Актуальность данного направления исследований обусловлена тем, что без понимания сути физических процессов, лежащих в основе структурных изменений, происходящих в кристалле при высоких скоростях нагрева, невозможно широкое применение лазерных

технологий при реализации перспективных технологических процессов.

Ранее авторы с помощью метода молекулярной динамики рассматривали процессы структурных изменений, протекающих в ОЦК-кристалле в результате модельного воздействия лазерного импульса, при относительно небольших временных интервалах релаксации исследуемой системы частиц, сопоставимой с длительностью воздействия импульса [9–11]. Целью представленной работы является изучение данных изменений при относительно более длительной релаксации, что можно рассматривать как позднюю стадию отклика материала на внешнее воздействие. Кроме того, при проведении моделирования расчетная ячейка подвергалась принудительному деформированию, что позволяет создавать дополнительные напряжения в модели.

1. Методика исследования

В качестве объекта исследования рассматривался монокристалл чистого железа. Молекулярно-динамическая модель представляла собой прямоугольную расчетную ячейку, в которой оси координат соответствуют ортогональным кристаллографическим направлениям, x и y (обозначим их как X , Y и Z соответственно). При этом вдоль осей X и Z использовались периодические граничные условия, а вдоль оси Y – комбинация свободных и вязких граничных условий, благодаря чему создавалась поверхность кристалла. Параметры потенциала межатомного взаимодействия, определенного в рамках модели ЕАМ, были заимствованы из работы [12]. Для решения дифференциальных уравнений движения применялся скоростной алгоритм Верле с временным шагом 1 фс. Вычисления проводились с применением свободно распространяемого пакета молекулярно-динамического моделирования XMD [13].

В основе применяемого в данной работе подхода для моделирования воздействия пикосекундного лазерного импульса лежит

тепловая модель, которая предполагает, что воздействие лазерного излучения на мишень сводится лишь к ее термическому нагреву. Методика проведения вычислительного эксперимента изложена в работе [9] и на первом этапе заключается в неравномерном нагреве расчетной ячейки в соответствии с заданным теоретическим распределением, при котором температура убывает в направлении, перпендикулярном свободной поверхности, в течение 10 пс. Основным варьируемым параметром имитируемого лазерного излучения, который в итоге влияет на величину температуры, в данном вычислительном эксперименте является интенсивность q , варьируемая в пределах 3–4 МВт/см². Необходимо оговорить, что при лазерной термообработке интенсивность задается величиной 0,1–50 МВт/см², а выбранный в численных экспериментах интервал был подобран таким образом, чтобы отсутствовало интенсивное испарение материала. На втором этапе в течение 90 пс температура кристалла понижается также в соответствии с заданным

распределением. Для создания деформации межатомное расстояние, которое в исходном состоянии определяется равновесным параметром решетки a , уменьшалось вдоль одной из осей на требуемую величину. В ходе описанных этапов проводится анализ структуры кристалла при помощи различных алгоритмов, которые будут указаны ниже. Визуализация исследуемой структуры осуществлялась при помощи пакета OVITO [14].

2. Результаты моделирования

Рассмотрим структурные изменения, происходящие в моделируемом кристалле после прекращения модельного воздействия лазерного импульса. На этапе охлаждения расчетной ячейки наблюдается процесс кристаллизации, сопровождающийся зарождением на межфазной границе краевой дислокации с вектором Бюргерса $\mathbf{b} = a/2 \langle 111 \rangle$, длина которой увеличивается по мере движения фронта кристаллизации за счет скольжения в плоскостях $\{112\}$ и $\{110\}$, с последующей ее трансформацией в петлю (см. рис. 1).

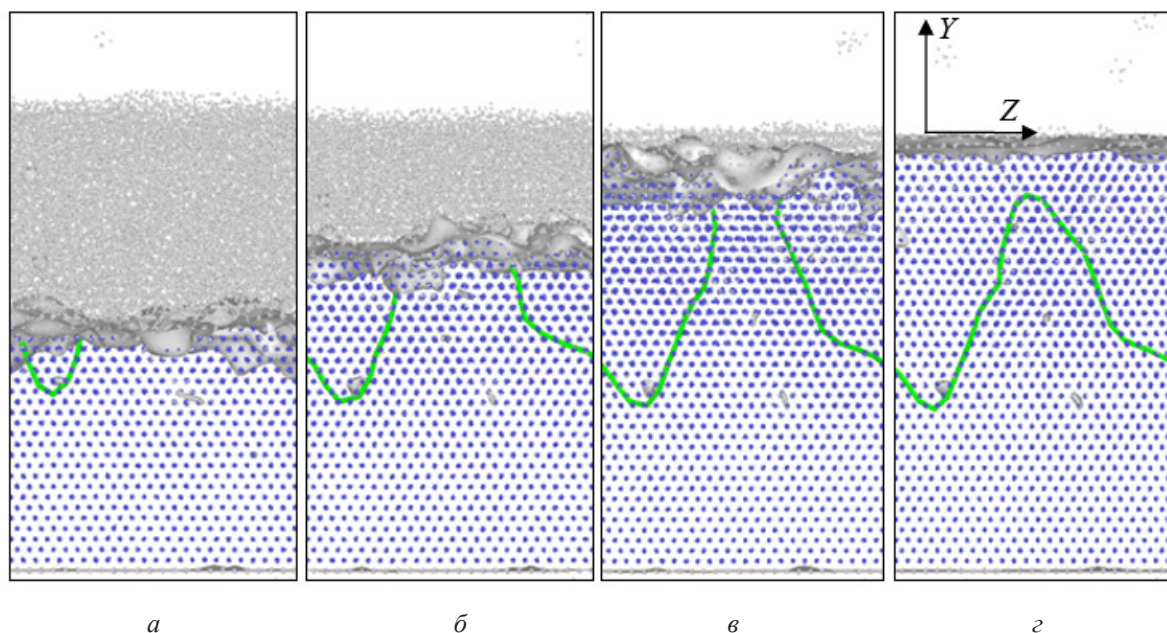


Рис. 1. Визуализация образования дислокационной петли при моделируемой плотности энергии $q = 4$ МВт/см². Представлены фрагменты расчетной ячейки в моменты времени 32 (а), 47 (б), 62 (в) и 90 (з) пс

Fig. 1. Visualization of the formation of a dislocation loop at a simulated energy density of $q = 4$ MW/cm². Fragments of the computational cell at times of 32 (a), 47 (b), 62 (v) and 90 (z) ps are shown

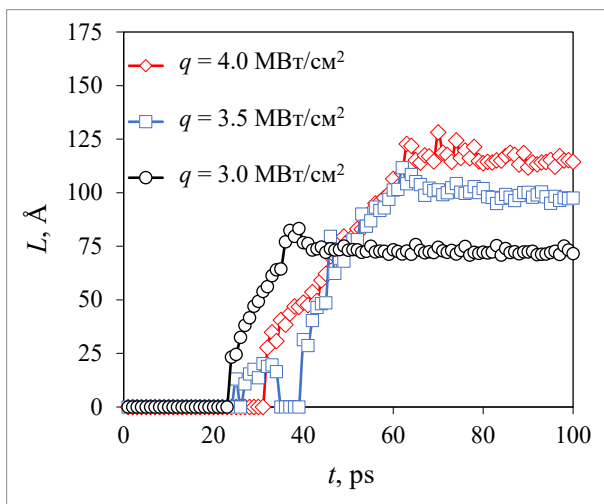
При построении рис. 1 визуализировались моделируемые частицы в виде множества сфер, которые по методу углов и связей Экланда-Джонса [15] идентифицировались как располагающиеся в узлах ОЦК решетки, межфазная граница – как поверхность, построенная с применением метода триангуляционной сетки, а также дислокационные линии, определенные по алгоритму, изложенному в работе [16].

Общая протяженность формирующейся дислокационной линии увеличивается при возрастании плотности энергии имитируемого лазерного импульса, и, следовательно, увеличении температуры расчетной ячейки (см. рис. 2).

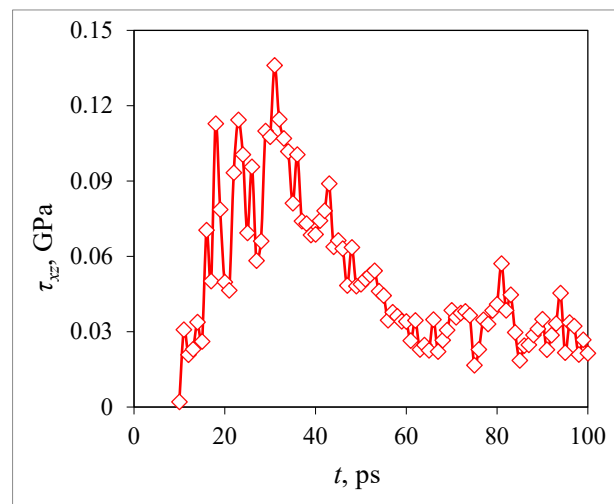
В расчетной ячейке при проведении численного эксперимента присутствуют как температурные напряжения, обусловленные применением периодических граничных условий, так и межфазные напряжения, дивергентный компонент тензора которых создает

поверхностное натяжение межфазной границы. Образование дислокаций, по-видимому, возникает из-за неравномерности распределения касательных напряжений в межфазном слое, обусловленной его кривизной. Именно искривление межфазной границы может приводить к формированию концентраторов напряжений [17–19], и, как следует из рис. 1, именно в области наибольшей кривизны начинают образовываться дислокации, что способствует релаксации касательных напряжений (см. рис. 2, б).

Расчет напряжений, результаты которого представлены на рис. 2, б, осуществлялся для области расчетной ячейки, которая охватывает одновременно обе фазы. Пока доминирующей фазой является жидкая, касательное напряжение равно нулю. По мере кристаллизации напряжение начинает расти, а затем, с момента образования дислокации, наблюдается его снижение.



a



б

Рис. 2. Изменение в ходе численного эксперимента длины дислокационных линий при различной величине плотности энергии q (а) и касательных напряжений на этапе охлаждения ($q = 4$ МВт/см²) (б)

Fig. 2. Change in the length of dislocation lines during a numerical experiment at different values of energy density q (а) and shear stresses at the cooling stage ($q = 4$ MW/cm²) (б)

Перейдем к рассмотрению результатов моделирования, полученных при деформировании расчетной ячейки вдоль оси X , соответствующей кристаллографическому направлению $[111]$. Известно, что для ОЦК-решетки это направление наиболее плотноупакованное и является направлением легчайшего скольжения. Поэтому в данном случае стоит ожидать наиболее заметных изменений структуры кристалла. В ходе проводимого численного эксперимента выполнялись вычисления длины образующихся дислокационных линий, результаты которых представлены на рис. 3.

При отсутствии деформации, а также при ее величине $\varepsilon_x = -1\%$ и -2% , на межфазной границе зарождается одна или несколько полных дислокаций с вектором Бюргерса $\mathbf{b} = a/2 \langle 111 \rangle$, которые по мере движения границы растут и либо смыкаются в петлю, либо объединяются с образованием дислокации $\mathbf{b} = a \langle 100 \rangle$. При создании деформации дислокации образуются раньше, а их общая протяженность увеличивается.

При $\varepsilon_x = -3\%$ деформация расчетной ячейки начинает оказывать более значительное влияние на формирование дислокаций, и они начинают располагаться строго в плоскости (111) (см. рис. 4). Поэтому для избежания влияния размера расчетной ячейки при построении зависимостей на рис. 3 рассма-

тривалась длина дислокаций L , отнесенная к площади грани расчетной ячейки S , по нормали к которой осуществлялась деформация.

На рис. 3 график зависимости при $\varepsilon_x = -6\%$ демонстрирует резкое уменьшение приведенной длины дислокаций (почти в три раза) с 37 по 59 пс модельного времени. Визуальный анализ показал, что в данный момент в расчетной ячейке происходит изменение кристаллографической ориентации атомных рядов (см. рис. 5).

На рисунке заметны две области, имеющие ориентацию, отличную от исходной. Нижняя область, имеющая вектор разориентации $\theta = 2^\circ [1\bar{1}2]$, сформировалась еще на этапе нагрева и обусловлена деформацией решетки. Для оценки вектора разориентации выполнялись аффинные преобразования координат множества частиц, в результате которых их ориентация в расчетной ячейке возвращалась к исходной. Вторая область, разориентацию которой можно задать векторами $\theta_1 = 2^\circ [1\bar{1}2]$ и $\theta_2 = 1,2^\circ [1\bar{1}0]$, образовалась уже на этапе охлаждения и является откликом моделируемой системы на внешнее воздействие. В данном случае процесс разориентации способствует устранению дислокаций в кристалле, что приводит к энергетическому выигрышу в системе. Кроме того, наблюдается значительное искривление атомных рядов.

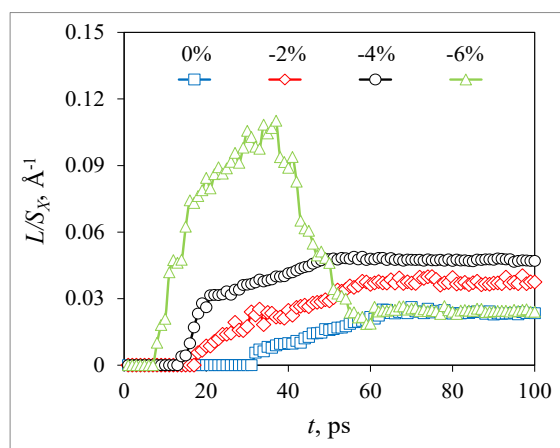


Рис. 3. Изменение приведенной длины образующихся дислокаций в течение численного эксперимента при сжатии расчетной ячейки вдоль оси X

Fig. 3. Change in the reduced length of the resulting dislocations during the numerical experiment during compression of the computational cell along the X axis

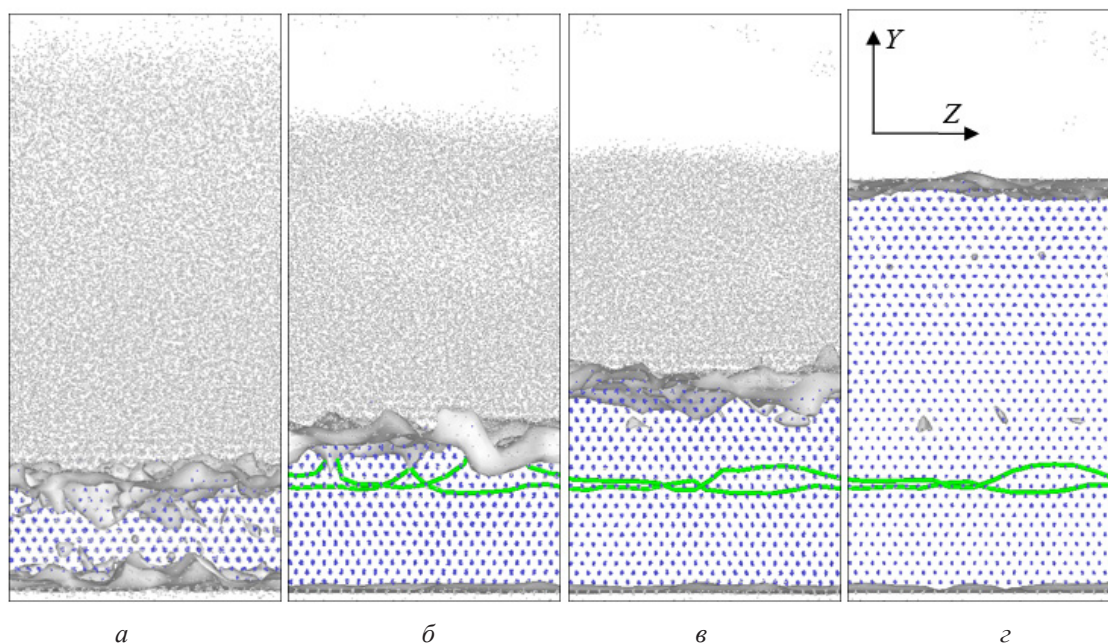


Рис. 4. Фрагменты расчетной ячейки при относительной деформации $\epsilon_x = -3\%$ в различные моменты численного эксперимента:
a – 10 ps; б – 20 ps; в – 30 ps и з – 100 ps модельного времени

Fig. 4. Fragments of the computational cell at a relative deformation $\epsilon_x = -3\%$ at different moments of the numerical experiment:
a – 10 ps; б – 20 ps; в – 30 ps and з – 100 ps of the model time

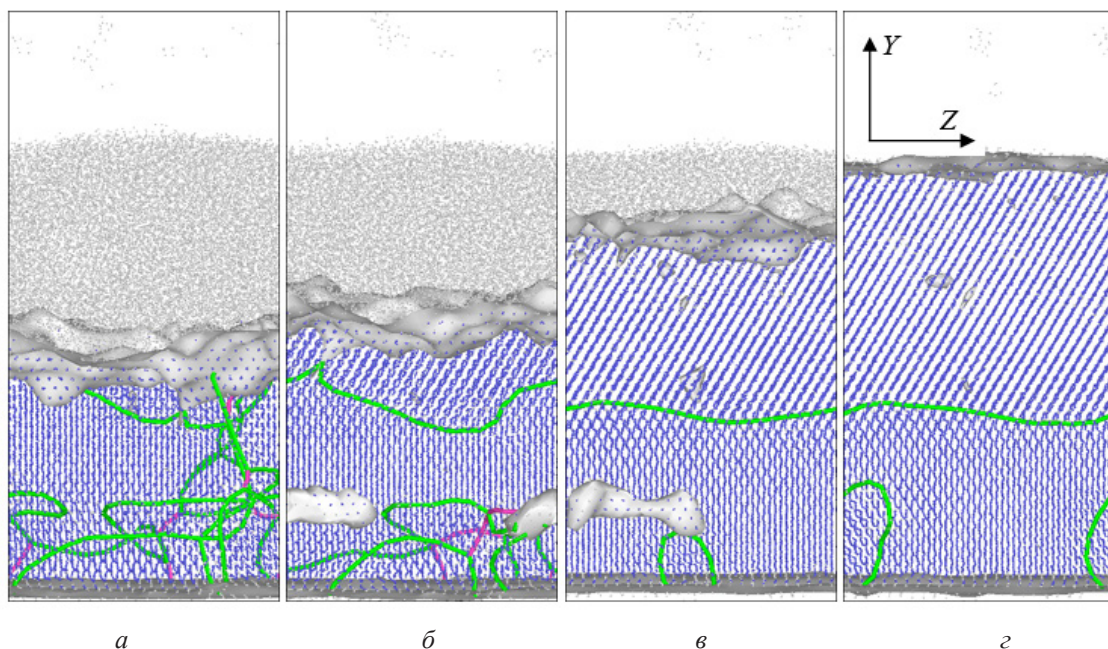


Рис. 5. Фрагменты расчетной ячейки при относительной деформации $\epsilon_x = -6\%$ в различные моменты численного эксперимента:
a – 37 ps; б – 43 ps; в – 59 ps и з – 100 ps модельного времени

Fig. 5. Fragments of the computational cell at a relative deformation $\epsilon_x = -6\%$ at different moments of the numerical experiment:
a – 37 ps; б – 43 ps; в – 59 ps and з – 100 ps of the model time

Нужно отметить, что, несмотря на, казалось бы, незначительную величину угла разориентации, такие области могут оказывать значительное влияние на механические свойства материала. Так, в работе [20] приводятся данные, согласно которым в сильнодеформированных металлах границы ячеек имеют среднюю разориентацию $2-3^\circ$, и оказывают сопротивление движению дислокаций по типу сопротивлений дислокаций «леса».

Проведение сравнительных численных экспериментов при деформации расчетной ячейки и ее равномерном нагреве до 1500 К показало, что приведенная длина образующихся дислокаций сопоставима со значениями, полученными в экспериментах, приведенных выше, но при этом не наблюдаются строго выраженные области разориентации. Поэтому можно сделать вывод, что образование таких областей становится возможным только в результате образования в расчетной ячейке жидкой фазы. При последующей кристаллизации атомные ряды формируются с наиболее энергетически выгодной ориентацией. При этом увеличение q приводит к большему числу эжктированных с поверхности кристалла частиц и, как следствие, увеличению свободного объема в системе, благодаря чему процесс разориентации упрощается. Разориентация же тех областей, которые остаются в твердом состоянии, по-видимому, становится возможной благодаря межфазной границе, кривизна которой создает дополнительные касательные напряжения.

Выводы

Проведенное исследование показало, что в результате модельного комбинирования теплового и силового внешнего воздействия на кристалл в нем возможны структурные изменения, заключающиеся в образовании дислокаций и областей различной разориентации. Высказано предположение, что образованию дислокаций способствует кривизна межфазной границы, приводящая к неравно-

мерности распределения возникающих касательных напряжений, а для формирования областей разориентации не требуются большие величины деформации, но необходимы такие условия как наличие жидкой фазы, существование избыточного свободного объема и дополнительные касательные напряжения, создаваемые кривизной межфазной границы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Brover A.V. Complex of mechanisms for strengthening metal materials during pulsed laser processing // *Perspectivnye Materialy*. 2008. No. 1. P. 63–69. (In Russian) [Бровер А.В. Комплекс механизмов упрочнения металлических материалов при импульсной лазерной обработке // *Перспективные материалы*. 2008. № 1. С. 63–69].
2. Malinskii T.V., Rogalin V.E., Yamshchikov V.A. Plastic deformation of copper and its alloys under the action of nanosecond UV laser pulse // *Physics of Metals and Metallography*. 2022. Vol. 123. No. 2. P. 178–185
3. Brover A.V., Brover G.I. On recrystallization behaviour in high-speed steels under pulsed laser illumination // *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2011. No. 9(60). P. 1601–1610. (In Russian) [Бровер А.В., Бровер Г.И. О протекании процесса рекристаллизации в быстрорежущих сталях при импульсном лазерном облучении // *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2011. № 9(60). С. 1601–1610].
4. Vasilev'ev S.V., Ivanov A.Yu., Liopo V.A. Changes in the crystal structure of metals under laser radiation // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2007. Vol. 80. No. 5. P. 857–863.
5. Tarasova E.Yu., Kuznetsov S.I. Homological distortion of the crystal structure of aluminum under the influence of laser radiation // *Brief communications on physics of the Lebedev Physical Institute*. 2008. No. 10. 3–10. (In Russian) [Тарасова Е.Ю., Кузнецов С.И. Гомологическое искажение кристаллической структуры алюминия при воздействии лазерного излучения // *Краткие сообщения по физике ФИАН*. 2008. № 10. С. 3–10].
6. Kuo J.-K., Huang P.-H., Chien S.-K., Huang K.-Y., Chen K.-T. Molecular dynamics simulations of crater formation induced by laser ablation on the surface of α -Fe substrate // *MATEC Web of Conferences*. 2018. Vol. 167. Art. 03011. DOI: 10.1051/matecconf/201816703011
7. Gong X.-F., Yang G.-X., Li P., Wang Y., Ning X.-J. Molecular dynamics simulation of pulsed laser ablation // *International Journal of Modern Physics B*. 2011. Vol. 25. No. 4. P. 543–550. DOI: 10.1142/S0217979211058122

8. Cheng C., Wu A.Q., Xu X. Molecular dynamics simulation of ultrafast laser ablation of fused silica // *Journal of Physics: Conference Series*. 2007. Vol. 59. P. 100–104. DOI: 10.1088/1742-6596/59/1/022
9. Markidonov A.V., Starostenkov M.D., Gostevskaya A.N., Lubyanyoy D.A., Zakharov P.V. Modeling by a molecular dynamics method of structural changes of a BCC metal surface layer with short-term high-energy external action // *Metal Science and Heat Treatment*. 2022. Vol. 64. No. 5–6. P. 258–263.
10. Markidonov A.V., Gostevskaya A.N., Gromov V.E., Starostenkov M.D., Zykov P.A. Simulation of the Structural Changes in the Surface Layer of a Deformed BCC Crystal during a Short-Term External High-Intense Action // *Russian Metallurgy (Metally)*. 2022. Vol. 10. P. 1090–1095.
11. Markidonov A.V., Starostenkov M.D., Gostevskaya A.N., Lubyanyoy D.A., Zakharov P.V. Molecular dynamics simulation of a reduction in the porosity of the surface layer of a BCC crystal caused by the influence of laser pulses // *Fundamental'nyye Problemy Sovremennogo Materialovedeniya*. 2023. Vol. 20. No. 2. P. 168–175. (In Russian) [Маркидонов А.В., Старостенков М.Д., Гостевская А.Н., Лубяной Д.А., Захаров П.В. Молекулярно-динамическое моделирование уменьшения пористости поверхностного слоя ОЦК-кристалла, вызванной воздействием лазерных импульсов // *Фундаментальные проблемы современного материаловедения*. 2023. Т. 20. № 2. С. 168–175].
12. Mendelev M.I., Han S., Srolovitz D.J., Ackland G.J., Sun D.Y., Asta M. Development of new interatomic potentials appropriate for crystalline and liquid iron // *Philosophical Magazine*. 2003. Vol. 83. No. 35. P. 3977–3994. DOI: 10.1080/14786430310001613264
13. XMD – Molecular Dynamics Program. [Electronic resource]. URL: <https://xmd.sourceforge.net>.
14. Stukowski A. Visualization and analysis of atomistic simulation data with OVITO – the Open Visualization Tool // *Modeling and Simulation Materials Science and Engineering*. 2010. Vol. 18. No. 1. Art. 015012. DOI: 10.1088/0965-0393/18/1/015012
15. Ackland G.J., Jones A.P. Applications of local crystal structure measures in experiment and simulation // *Physical Review B*. 2006. Vol. 73. No. 5. Art. 054104. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.73.054104>
16. Stukowski A., Albe K. Extracting dislocations and non-dislocation crystal defects from atomistic simulation data // *Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering*. 2010. Vol. 18. No. 8. Art. 085001. DOI: 10.1088/0965-0393/18/8/085001
17. Gotovtsev V.M., Shatunov A.G., Rumyantsev A.N., Sukhov V.D. The mechanism of interphase tension forming // *Modern High Technologies*. 2012. No. 11. P. 45–49. (In Russian) [Готовцев В.М., Шатунов А.Г., Румянцев А.Н., Сухов В.Д. Механизм формирования межфазных напряжений // *Современные наукоемкие технологии*. 2012. № 11. С. 45–49].
18. Grekov M.A., Makarov S.N. Stress concentration at the periodically curved surface // *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*. 2008. No. 1. P. 25–31. (In Russian) [Греков М.А., Макаров С.Н. Концентрация напряжений на периодически искривленной межфазной поверхности // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления*. 2008. № 1. С. 25–31].
19. Ignatiev A.A., Gotovtsev V.M. Contact interaction model of liquid and solid phases // *Russian Journal of Transport Engineering*. 2023. Vol. 10. No. 2. P. 1–22. (In Russian) [Игнатьев А.А., Готовцев В.М. Модель контактного взаимодействия жидкой и твердой фаз // *Транспортные сооружения*. 2023. Т. 10. № 2. С. 1–22].
20. Polukhin P.I., Gorelik S.S., Vorontsov V.K. Physical foundations of plastic deformation. Moscow: Metallurgiya, 1982. 584 p. (In Russian) [Полухин П.И., Горелик С.С., Воронцов В.К. Физические основы пластической деформации. М.: Металлургия, 1982. 584 с].