

## ОБЗОР РАБОТ ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ ВЕНОЗНОГО РУСЛА И СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ

А. А. Новожилов

protatype88@mail.ru

ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

**Аннотация.** В рамках данной работы ставилась задача изучить математические модели гемодинамики. В качестве первого примера была приведена простейшая конститутивную модель, основанная на уравнении Навье-Стокса. Данная модель не подходит для диагностики вен. Именно поэтому в качестве второго примера была взята модель распространения пульсовой волны в вене. Представлены параметры и конфигурация этой модели в электрическом виде. Исследуется связь физиопатологий с различными характеристиками венозного русла.

**Ключевые слова:** венозное русло; гемодинамика; физиопатологии; моделирование; диагностика; уравнение Навье-Стокса; модель.

### ВВЕДЕНИЕ

Актуальной проблемой в современном мире является физиопатологии нижних конечностей, игнорирование которых может привести к печальным последствиям. Своевременная диагностика состояния гемодинамики нижних конечностей позволяет оценивать тяжесть состояния заболевания и назначать лечение на ранних этапах патологии. В связи с этим возникает задача исследовать этот процесс с точки зрения моделирования.

Задачи:

1. Обзор модели по данной тематике
2. Определение численных характеристик
3. Разработка модели диагностики гемодинамики

В качестве первого шага моделирования кровотока стоит обратить внимание на простейшую конститутивную модель для несжимаемой вязкой жидкости, описанную в работе [1].

$$\tau = 2\mu D$$

где  $\mu$  - постоянная вязкость, а  $D = (\nabla u + \nabla u^T) = 2$  - скорость тензора дефор-

мации. Подстановка  $t$  в уравнениях сохранения линейного импульса и массы (или условия несжимаемости) для изотермических течений, определяемых уравнениями, приводит к известным уравнениям Навье-Стокса для несжимаемой вязкой жидкости.

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho(u \cdot \nabla)u = -\nabla p + \nabla \cdot \tau$$

$$\nabla \cdot u = 0$$

Здесь  $u$  и  $p$  обозначают скорость и давление крови, при  $t \geq 0$ ,  $\rho$  - плотность крови, а  $\tau$  - тензор дополнительных напряжений. Такая система является замкнутой с соответствующими начальными и граничными условиями.

Но стоит обратить внимание на то, что этот набор уравнений обычно используется для описания кровотока в здоровых артериях и не подходит для диагностики вен.

Стоит отметить исследование [2] с моделью распространения пульсовой волны вены, включающей один клапан, поскольку данная модель обеспечивает непрерывное распределение силы тяжести, а также позволяет легко распространить конфигурацию модели на большую область.

Параметры модели

Символ	Значение	Величина	Описание	Диапазон
$l_{dist}$	10	см	Длина дистальной части одномерной вены	-
$l_{prox}$	20	см	Длина проксимальной части одномерной вены	-
$p_{ex}$	0	Па	Экстравазкулярное давление	-
$g$	9.81	$m \cdot c^{-2}$	Ускорение свободного падения на Земле	-
$A_{eff,min}$	$1 \cdot 10^{-20}$	$m^2$	Минимальная эффективная площадь поперечного сечения	-
$\alpha_{rot}$	$0 - \pi/2$	рад	Угол наклона (от лежачего к вертикальному)	-
$p_0$	0	Па	Экстравазкулярное давление в элементе Windkessel	-
$p_{wk,in}$	12.0	кПа	Постоянное давление на входе	-
$p_{wk,out}$	700	Па	Постоянное давление на выходе	-
$\eta$	$4.5 \cdot 10^{-3}$	Па	Динамическая вязкость крови [3]	$[3.6, 5.4] \cdot 10^{-3}$
$\beta_l$	1.0	-	Эффективная длина венозного клапана	[0.5, 2.0]
$\rho$	1050	$kg/m^3$	Плотность артериальной крови	[1040, 1060]
$\beta_A$	0.65	-	Эффективное соотношение площади поперечного сечения клапана	[0.4, 1.0]
$K_{VO}$	0.3	$Pa^{-1} \cdot c^{-1}$	Константа открытия клапана	[0.2, 0.4]
$K_{VC}$	0.3	$Pa^{-1} \cdot c^{-1}$	Константа закрытия клапана	[0.2, 0.4]
$dp_{valve,0}$	0	Па	Падение давления от открытия/закрытия клапана	[-10, 10]
$q_{bl}$	0.45	мл/с	Начальный поток	[0.405, 0.495]
$K_p$	425	Па	Венозная жесткость при изгибе	[340, 510]
$r_{vein,0}$	1.50	мм	Радиус одномерной вены	[1.20, 1.80]
$\tau_{RC}$	2.0	с	Время затухания волны давления в диастолу	[1.6, 2.4]

Эта модель включает одномерную модель распространения венозной пульсовой волны, нулевую модель венозного клапана и граничные условия.

#### РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ВЕНОЗНОЙ ПУЛЬСОВОЙ ВОЛНЫ

Гемодинамика в крупных венах фиксируется с использованием одномерных уравнений для баланса массы и импульса. В этой формулировке кровь считается несжимаемой ньютоновской жидкостью. Это дает:

$$C \frac{\partial p_{tr}}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial A v_z^2}{\partial z} + \frac{A}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{2\pi a}{\rho} \tau_\omega + A g_z$$

где  $C$  - податливость на единицу длины, является функцией трансмурального давления  $p_{tr} = p - p_{ex}$ , где  $p$  и  $p_{ex}$  - внутри- и экстравазкулярное давление соответственно,  $t$  - время, а  $z$  - осевая координата. Кроме того,  $A$  - площадь поперечного сечения,  $v_z$  - средняя скорость в осевом направлении,  $\rho$  - плотность крови,  $a = \sqrt{A/\pi}$  - эквивалентный радиус для равной площади,  $\tau_\omega$  - напряжение сдвига стенки, а  $g_z = g e_g \cdot e_z$  - вклад гравитационного ускорения в осевом направлении. Кроме того,  $e_g$  - единичный вектор в направлении силы тяжести, а  $e_z$  - единичный вектор в осевом направлении вдоль сосуда.

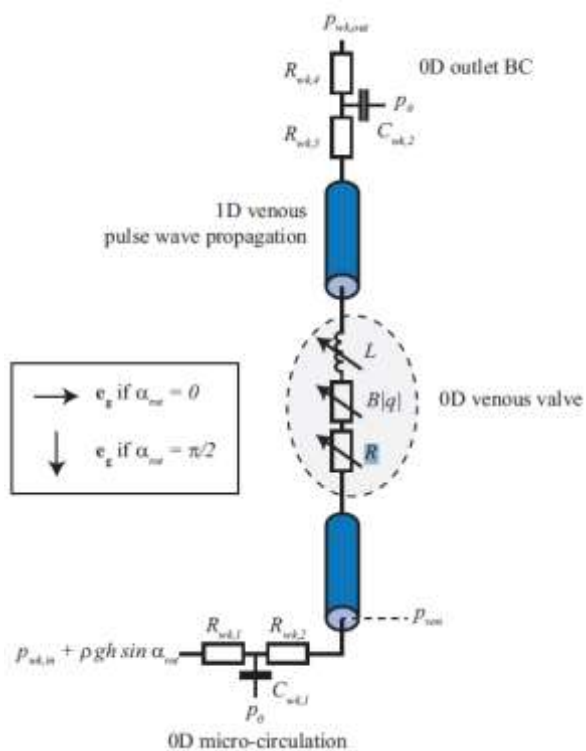


Рис. 1. Конфигурация модели

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате обзора была представлена одномерная модель распространения пульсовой волны в вене.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Д.М.Т. Кейджерс, С.А.Д. Легуй, В. Хубертс, Анализ глобальной чувствительности модели динамики венозного клапана, (16 января 2020) Нидерланды: Эйндховенский технологический университет, 2016. – С. 3-8. [J.M.T. Keijsers, C.A.D. Leguy, W. Huberts, *Global sensitivity analysis of a model for venous valve dynamics*, (16 January 2020) Netherland: Eindhoven University of Technology 2016, pp. 3-8]

2. Н. Бессонов, А. Секейра, Методы моделирования кровотока (16 января, 2020) Франция: Villeurbanne, 2016. – С. 2-5. [N. Bessonov, A. Sequeira, *Methods of Blood Flow Modelling*, (16 January 2020) France: Villeurbanne 2016, pp. 2-5]

3. Е. Буало, П. Нитирасу, Контрольное исследование численных схем для одномерного моделирования артериального кровотока, Международный журнал численных методов биомедицинской инженерии 31 (10): e02732, 2015 [E. Boileau, P. Nithiarasu, P. J. Blanco, A benchmark study of numerical schemes for one-dimensional arterial blood flow modeling. *Int J NumerMethod Biomed Eng*, 31 (10): e02732, 2015.]

4. Рубем П. Мондаини, Тенденции в биоматематике: моделирование, оптимизация и вычислительные проблемы: Избранные работы из лекций Консорциума БИОМАТ, (16 января 2020) Москва 2017. – С. 335-345 [Rubem P. Mondaini, *Trends in Biomathematics: Modeling, Optimization and Computational Problems: Selected works from the BIO-MAT Consortium Lectures*, (16 January 2020) Moscow 2017. – pp. 335-345]

5. Л. Формаджия, Д. Лампони, М. Тувери, А. Венециани. Численное моделирование одномерных артериальных сетей в сочетании с сосредоточенными параметрами описания сердца. Компьютерные методы в биомеханике и биомедицинской инженерии, (16 января 2020), 9 (2006), №. 5, 273-288. [L. Formaggia, D. Lamponi, M. Tuveri, A. Veneziani. Numerical modeling of 1D arterial networks coupled with a lumped parameters description of the heart. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, (16 January 2020) 9 (2006), no. 5, 273-288.]

## ОБ АВТОРЕ

**НОВОЖИЛОВ Арсений Артурович**, магистрант 1-го курса факультета ИРТ.

## METADATA

**Title:** Review of works on simulation of the venous role and the cardiovascular system

**Author:** A. A. Novozhilov

**Affiliation:**

Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

**Language:** Russian

**Source:** Molodezhnyj Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), no. 2 (23), pp. 105-107, 2020. ISSN 2225-9309 (Print).

**Abstract:** In the framework of this work, the task was to study the mathematical models of hemodynamics. As a first example, the simplest constitutive model based on the Navier-Stokes equation was given. This model is not suitable for the diagnosis of veins. That is why the pulse wave propagation model in vein was taken as a second example. The parameters and configuration of this model in electrical form are presented. The connection of physiopathologies with various characteristics of the venous bed is investigated.

**Key words:** venous bed; hemodynamics; physiopathology; modeling; diagnostics; Navier-Stokes equation; model.

**About author:**

**NOVOZHILOV, Arseniy Arturovich**, 1st year undergraduate of the faculty of IRT