

УДК 532.5

DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2023.1.2

К МОДЕЛИРОВАНИЮ РАБОТЫ СКВАЖИНЫ С ТРЕЩИНОЙ ГРП© Н. О. Фокеева^{1*}, А. А. Шамматова²¹Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УФИЦ РАН
Россия, Республика Башкортостан, 450054 г. Уфа, пр. Октября, 71.²Уфимский государственный нефтяной технический университет
Россия, Республика Башкортостан, 450064 г. Уфа, ул. Космонавтов, 1.

*Email: ffoxnina@gmail.com

Технология гидравлического разрыва пласта применяется вот уже много десятилетий. Несмотря на большое количество исследований как в теории, так и в практике, до сих пор есть моменты, требующие уточнения. В данной работе на основе математической модели изучена фильтрация флюида в нефтяной скважине с вертикальной трещиной гидроразрыва с учетом распространения жидкости в пласт через стенки трещины. Определена зависимость давления от дебита скважины. Проверка результатов работы на фактических промысловых данных показала, что предложенный подход позволяет воспроизвести известные промысловые кривые с высокой точностью.

Ключевые слова: нестационарная фильтрация флюида, проводимость трещины гидроразрыва, дебит скважины, вертикальная трещина.

Введение

На протяжении уже многих десятков лет одним из важнейших способов интенсификации добычи углеводородов является метод гидравлического разрыва пласта (ГРП), основная функция которого, создание в пластах высокопроводящих трещин. Под высоким давлением в пласт закачивается расклинивающий раствор, который способен расширить существующие в пласте каналы и пустоты, реактивировать естественную трещиноватость, а также произвести новые трещины. Для предотвращения смыкания образовавшихся трещин в пласт закачиваются специальные гранулообразные элементы – пропанты, обеспечивающие проводимость на порядок выше проводимости пласта.

Операция гидравлического разрыва пласта непрерывно совершенствуется в теории и практике. Описанию процесса фильтрации флюида в трещине ГРП и окружающем трещину пласте посвящено много исследований. В работах В. Ш. Шагапова и З. М. Нагаевой [1–2] рассматривалась нестационарная фильтрация флюида при различных конфигурациях трещин (параллельной оси скважины, перпендикулярной оси скважины) при постоянном давлении или при поддержании постоянного расхода жидкости на скважине.

В статье И. Л. Хабибуллина и А. А. Хисмова [3] в отличие от [1–2] в системе уравнений учитывается упругость пласта. При этом также найдено распределение давления в пласте вокруг трещины.

Переменные режимы работы скважины рассмотрены в работах [4–5]. Для решения поставленной задачи использовались результаты исследования [1]. В данной работе мы изучаем распределение давления в

трещине ГРП при работе нефтяной скважины в случаях, когда известно изменение дебита. При этом будут использоваться результаты работы [3].

1. Основные уравнения и предварительные сведения

Рассматривается вертикальная трещина ГРП, симметричная относительно скважины и закрепленная пропантом. В случае закачки в пласт жидкость из скважины попадает в трещину, далее перетекает в пласт через боковые стенки трещины. Расположим ось абсцисс Ox вдоль трещины, ведя отсчет от стенки скважины, а ось ординат Oy перпендикулярно стенкам скважины. Значение ординаты $y = 0$ соответствует стенке трещины. В силу симметричности задачи достаточно рассмотреть первую четверть ($x \geq 0, y \geq 0$) (см. рис. 1).

Предполагается, что ширина трещины d_f очень мала (3–5 мм) по сравнению с полудлиной l_f (более 50 м). В [5] показано, что в случае большой длины трещины при изучении эволюции давления вокруг скважины можно считать, что величина l_f бесконечна.

Система уравнений, описывающая распределение давления в трещине и пласте:

$$\frac{\partial P_f}{\partial t} = \alpha_f \frac{\partial^2 P_f}{\partial x^2} + 2 \frac{m_p \alpha_p}{m_f d_f} \left(\frac{\partial P_p}{\partial y} \right) \Bigg|_{y=0},$$

$$(0 < x < l_f) \quad (1)$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \alpha_p \frac{\partial^2 P_p}{\partial y^2},$$

$$(0 < x < l_f, 0 < y < \infty) \quad (2)$$

Здесь l_f – полулина трещины, $P_f = P_f(x, t)$ – отклонение давления от первоначального в трещине на расстоянии x от скважины в момент времени t , $P_p = P_p(x, y, t)$ – отклонение давления от первоначального значения в пласте на расстоянии y от трещины в момент времени t .

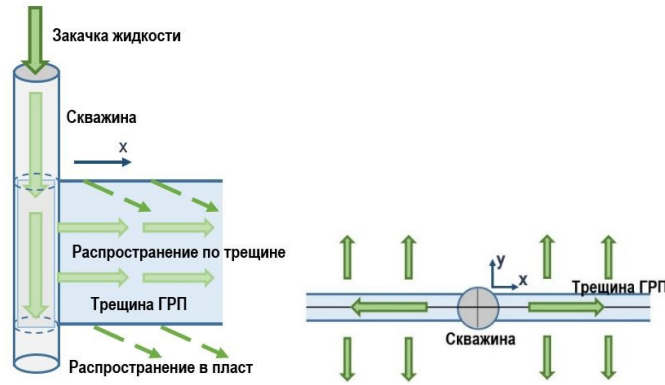


Рис. 1. Схема движения флюида.

Используемые обозначения: $\alpha_i = \frac{\rho_0 C^2 k_i}{\mu t_i}$ – коэффициент пьезопроводности, μ – динамическая вязкость [Па·с], k_i – проницаемость [м²], t_i – пористость, C – скорость звука для флюида [м/с]. Нижний индекс $i = f, p$ для трещины и пласта, соответственно.

Предполагается, что до момента $t = 0$ скважина не функционировала.

$$P_p|_{t=0} = P_f|_{t=0} = 0, \tag{4}$$

Давление на границе «трещина ГРП – пласт»:

$$P_f = P_p|_{y=0} = 0. \tag{5}$$

Условие на границах:

$$P_p|_{y=\infty} = P_f|_{x=\infty} = 0. \tag{6}$$

На скважине задается давление (первая краевая задача):

$$P_f|_{x=0} = P_{(w)}(t). \tag{7}$$

Или расход (вторая краевая задача):

$$\frac{\partial P_f}{\partial x}|_{x=0} = \frac{Qt\mu}{d_f k_f h_f}. \tag{8}$$

Q – расход (дебит) жидкости на скважине [м³/сут].

В дальнейшем будем использовать величину $q = \frac{Q}{h_f}$ – расход на единицу высоты трещины [м²/сут].

В случае, если рассматривается нагнетательная скважина, то величина $P_{(w)}$ положительна, для добывающей скважины $P_{(w)}$ отрицательна.

В такой постановке задача встречается в работах [1; 3; 6–7]. При этом рассматриваются случаи, когда $P_{(w)} = const$ при $t > 0$ или $Q = const$ при $t > 0$. Точное решение первой и второй краевой задач приведено в работе [3]. В данной работе мы определяем изменение давления в трещине ГРП и на скважине при изменяющемся дебите.

2. Решение второй краевой задачи

Рассмотрим систему (1)–(6) с условием (8) в случае $q = \frac{Q}{h_f} = const$, т.е. при постоянном расходе. В работе З. М. Нагаевой, В. Ш. Шагапова [1] данная система решается в предположении, что $\frac{\partial P_f}{\partial t}$ мало, и это слагаемое, отвечающее за упругость пласта,

отбрасывается, система сводится к интегро-дифференциальному уравнению, которое решается с помощью преобразования Лапласа.

В статье И. Л. Хабибуллина, А. А. Хисамова [3] рассматриваемая задача решается в общем случае, и приводится ее решение в безразмерных переменных:

$$\bar{P}_p(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) = -\frac{2b\sqrt{\bar{t}}}{\sqrt{a}\sqrt{\pi}} \int_0^1 \exp\left(-\frac{\bar{x}^2}{4a\bar{t}\rho^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\rho^2 b\sqrt{\bar{t}}}{2\sqrt{1-\rho^2}\sqrt{\bar{t}}}\right) d\rho \tag{9}$$

При $\bar{y} = 0$ получаем давление в трещине ГРП:

$$\bar{P}_f(\bar{x}, \bar{t}) = \frac{-2b\sqrt{\bar{t}}}{\sqrt{a}\sqrt{\pi}} \int_0^1 \exp\left(-\frac{\bar{x}^2}{4a\bar{t}\rho^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\rho^2 b\sqrt{\bar{t}}}{2\sqrt{1-\rho^2}}\right) d\rho \tag{10}$$

Здесь

$$\bar{P}_i = \frac{P_i k_p}{q\mu} \quad (i = f, p), \bar{y} = \frac{y}{l_f}, \bar{x} = \frac{x}{l_f}, \bar{t} = t \frac{\alpha_p}{l_f^2},$$

$$a = \frac{\alpha_f}{\alpha_p}, b = a \frac{k_p l_f}{k_f d_f},$$

$\frac{a}{b} = \frac{k_f d_f}{k_p l_f}$ – безразмерная проводимость трещины

(см. [3]), функция $\operatorname{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty \exp(-u^2) du$ – дополнительная функция ошибок.

Переходя в формуле (10) к размерным величинам и считая, что расход жидкости на скважине на единицу высоты трещины равен q , получим, что давление в трещине ГРП изменяется по закону

$$P_f(x, t) = \frac{-2\sqrt{\alpha_f \sqrt{t}}}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha_f t \rho^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\rho^2}{\sqrt{1-\rho^2}} \frac{\alpha_f k_p \sqrt{t}}{\sqrt{\alpha_p} k_f d_f}\right) d\rho. \tag{11}$$

Формула (11) дает решение системы (1)–(6),

если $\frac{\partial P_f}{\partial x}|_{x=0} = 1$.

Воспользуемся линейностью системы (1)–(6), чтобы решить задачу для случая, когда дебит скважины на единицу высоты трещины есть функция непостоянная:

$$q = q(t).$$

Будем учитывать, что согласно закону Дарси

$$q = \frac{d_f k_f}{\mu} \left(\frac{\partial P_f}{\partial x}\right)\bigg|_{x=0}. \tag{12}$$

Введем функцию

$$\Psi(x, t) = \frac{-2\mu\sqrt{\alpha_f}\sqrt{t}}{\sqrt{\pi} d_f k_f} \cdot \int_0^1 \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha_f t \rho^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\rho^2}{\sqrt{1-\rho^2}} \frac{\alpha_f k_p \sqrt{t}}{\sqrt{\alpha_p} k_f d_f}\right) d\rho$$

Тогда, если расход жидкости на скважине принимает кусочно-постоянные значения: q_1, q_2, \dots, q_n в промежутках времени $[t_0, t_1), [t_1, t_2), \dots, [t_{n-1}, t_n)$, то изменение давления в трещине можно записать так:

$$P_f(x, t) = \sum_{i=1}^n H(t - t_i)(q_i - q_{i-1})\Psi(x, t - t_i), t > t_0 \quad (13)$$

Считаем, что $q_0 = 0$,

$$H(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0 \end{cases} \text{ - функция Хевисайда.}$$

Если расход может меняться в любой момент времени, то, приближая функцию $q(t)$ кусочно-постоянными функциями, получим из (12), переходя к пределу при $\max|t_i - t_{i-1}| \rightarrow 0$, формулу

$$P_f(x, t) = \int_0^t \Psi(x, t - \tau) dq(\tau) \quad (14)$$

- интеграл Римана-Стилтьеса [8].

При значении $x = 0$ запишем давление на скважине:

$$P_w(t) = \int_0^t \Psi(0, t - \tau) dq(\tau),$$

$$\Psi(0, t) = \frac{-2\sqrt{\alpha_f}\sqrt{t}}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^1 \operatorname{erfc}\left(\frac{\rho^2}{2\sqrt{1-\rho^2}} \frac{\alpha_f k_p \sqrt{t}}{d_f k_f \sqrt{\alpha_p}}\right) d\rho$$

Формула (14) дает достаточно общее выражение для определения давления в трещине.

Пусть расход $q(t)$ изменяется скачкообразно в моменты времени $0, t_1, t_2, \dots, t_n$, а в промежутках между этими значениями изменяется непрерывно. Тогда для $t > 0$ получим

$$P_f(x, t) = \Psi(x, 0)[q(0+) - q(0)] + \sum_{k=1}^n \Psi(x, t_k)[q(t_k+) - q(t_k-)] + \int_0^t \Psi(x, t) q'(t) dt$$

где $q'(t)$ - производная функции $q(t)$ на интервалах $(0, t_1), (t_1, t_2), \dots, (t_{n-1}, t_n), (t_n, t)$, здесь $q(t_k - 0)$ и $q(t_k + 0)$ значение расхода до момента времени t_k и после него, т.е. $q(t_k + 0) + q(t_k - 0)$ - величина скачка дебита в момент времени.

2. Сравнение с промысловыми данными

Формула (14) позволяет по изменяющемуся известному расходу жидкости на скважине определять изменение давления в трещине и на скважине. Для практического применения удобно пользоваться выражением (13), т.к. обычно данные со скважины снимаются не непрерывно, а дискретно в моменты времени t_1, t_2, \dots, t_n .

На основе известного промыслового дебита (рис. 2-3) скважин №1 и 2 были построены графики изменения давления (рис. 4-5). Для параметров скважины и пласта использованы следующие данные: $m_p = 0.17$,

$$k_p = 10^{-15} \text{ м}^2, \mu = 0.00115 \text{ Па} \cdot \text{с.}$$

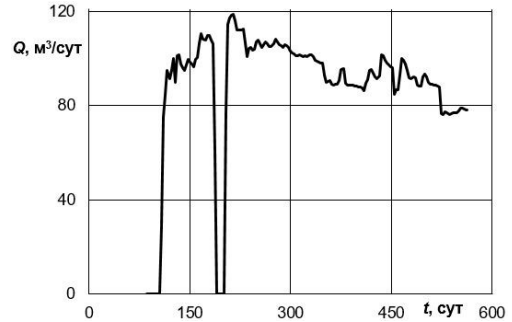


Рис. 2. Промысловый дебит скважины №1.

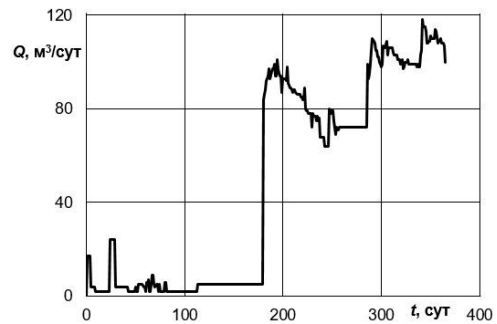


Рис. 3. Промысловый дебит скважины №2.

Промысловые данные изменения давления - черная сплошная линия; аналитическое решение, основанное на формулах В. Ш. Шагапова и З. М. Нагаевой [1] - синий короткий пунктир; приближенное, полученное методом последовательной смены стационарных состояний (ПССС) [5] - красный точечный; на основе формул И. Л. Хабибуллина и А. А. Хисомова [3] - черный пунктир.

Максимальное отклонение кривых, полученных аналитически от измеренных промысловых значений, не более 2 МПа, что можно считать допустимым в условиях таких перепадов значений.

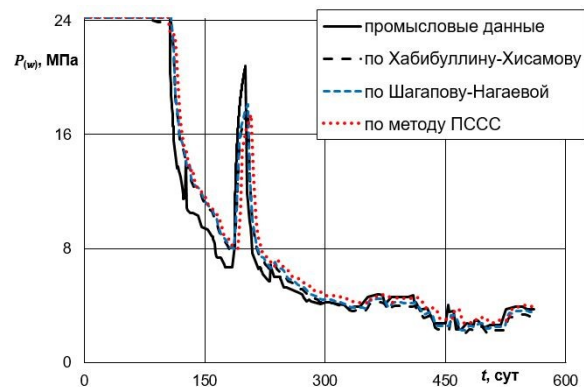


Рис. 4. Сопоставление давлений скважины №1.

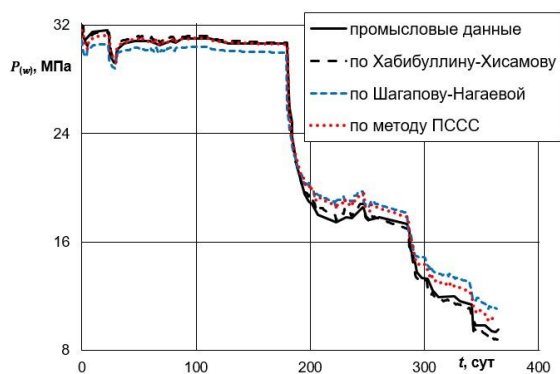


Рис. 5. Сопоставление давлений скважины №2.

Заключение

В работе получены новые аналитические решения задачи нестационарной фильтрации при заданном изменяющемся расходе жидкости на скважине на основе статьи И. Л. Хабибуллина и А. А. Хисамова [3]. Результаты работы использованы для проведения расчетов с промысловыми данными двух реальных скважин. Выполнено сопоставление кривых давлений, полученных разными способами с промысловым значением давления. Применение этих решений для скважины с трещиной ГРП с учетом утечки жидкости в пласт позволит приблизиться к более точному пониманию описания процесса фильтрации флюида.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №21-11-00207. URL: <https://rscf.ru/project/21-11-00207/>

ЛИТЕРАТУРА

1. Нагаева З. М., Шагапов В. Ш. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // Прикладная математика и механика. 2017. Т. 81. №3. С. 319–329.
2. Шагапов В. Ш., Нагаева З. М. К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой проницаемой среде // Прикладная механика и техническая физика. 2017. Т. 58. №5(345). С. 121–130.
3. Хабибуллин И. Л., Хисамов А. А. Нестационарная фильтрация в пласте с трещиной гидроразрыва // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2019. №5. С. 6–14.
4. Башмаков Р. А., Фокеева Н. О., Шагапов В. Ш. Давление и дебит при переходных режимах работы скважины с вертикальной трещиной гидроразрыва // Прикладная математика и механика. 2022. Т. 86. Вып. 6. С. 998–1012.
5. Shagapov V. S., Bashmakov R. A., Fokeeva N. O., Shammatova A. A. Evolution of Filtration Pressure Waves in a Hydraulic Fracture during Transient-Well-Operation Modes // Mathematics. 2023. No 11. 98 p.
6. Cinco-Ley H. Evaluation of hydraulic fracturing by transient pressure analysis methods // Intern. Petrol. Exh. and Tech. Symp., Beijing (China). Mar 18–26. SPE 10043. 1982.
7. Gringarten A. C., Ramey H. J., Raghavan R. Applied Pressure Analysis for Fractured Wells // SPE-5496-PA. Journal of Petroleum Technology. 1975. V. 27. №7. Pp. 887–892.
8. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Лань, 2021. Т. 3. С. 662.

Поступила в редакцию 26.01.2023 г.

DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2023.1.2

**MODELING THE OPERATION OF A WELL
WITH A HYDRAULIC FRACTURE**© N. O. Fokeeva^{1*}, A. A. Shamatova²¹*Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Center of RAS
71 Oktyabrya Avenue, 450054 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.*²*Ufa State Petroleum Technological University
1 Kosmonavtov Street, 450064 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.***Email: ffoxnina@gmail.com*

Hydraulic fracturing was invented for the development of mineral deposits and the construction of underground structures in difficult geological and physical conditions – when methods of controlled destruction and unloading of rock masses and the creation of drainage systems in them are needed. Hydraulic fracturing occupies a special place among the methods of intensifying the operation of oil and gas production wells and increasing the injectivity of injection wells. The hydraulic fracturing method consists in creating a highly conductive fracture in an untouched rock mass to ensure the flow of gas, oil, their mixture, condensate, etc. to the bottom of the well. The low accuracy of conductivity determination and bad fluid flow description in a well with a fracture leads to the decrease of the efficiency of classical models. The hydraulic fracturing method is continuously being improved both in theory and in practice. The aim of the article is to analyze the way of accuracy improving for the fluid flow model. In this paper, new analytical solutions to the problem of non-stationary filtration are obtained for a given changing fluid flow rate in a well. The study was carried out on the basis of I. L. Khabibullina and A. A. Khisamov results, taking into account the compressibility of the fracture. The result of comparing the calculations with the actual data is sufficient to draw a conclusion that the constructed mathematical model is capable of reproducing the fluid filtration in a well with a hydraulic fracture with high accuracy.

Keywords: transient fluid filtration, fracture conductivity, well flow rate, vertical fracture.

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at bulletin_bsu@mail.ru if you need translation of the article.

1. Nagaeva Z. M., Shagapov V. Sh. *Prikladnaya matematika i mekhanika*. 2017. Vol. 81. No. 3. Pp. 319–329.
2. Shagapov V. Sh., Nagaeva Z. M. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*. 2017. Vol. 58. No. 5(345). Pp. 121–130.
3. Khabibullin I. L., Khisamov A. A. *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza*. 2019. No. 5. Pp. 6–14.
4. Bashmakov R. A., Fokeeva N. O., Shagapov V. Sh. *Prikladnaya matematika i mekhanika*. 2022. Vol. 86. No. 6. Pp. 998–1012.
5. Shagapov V. S., Bashmakov R. A., Fokeeva N. O., Shamatova A. A. *Mathematics*. 2023. No 11.
6. Cinco-Ley H. *Intern. Petrol. Exh. and Tech. Symp., Beijing (China)*. Mar 18–26. SPE 10043. 1982.
7. Gringarten A. C., Ramey H. J., Raghavan R. SPE-5496-PA. *Journal of Petroleum Technology*. 1975. Vol. 27. No. 7. Pp. 887–892.
8. Fikhtengol'ts G. M. *Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya [Course in differential and integral calculus]*. Moscow: Lan', 2021. Vol. 3. Pp. 662.

Received 26.01.2023.